

Pemodelan Proses Acak dan Pembangkitannya

Achmad Basuki

Miftahul Huda

Tri Budi Santoso

Expert : Shin'ichi Tadaki

Speech Signal Processing



Materi

- Apa Bilangan Acak
- Algoritma Linear Congruential
- Distribusi Bilangan Acak
- Membangkitkan Bilangan Acak Dengan Distribusi Tertentu
- Metode Monte Carlo Untuk Menghitung π
- Metode Monte Carlo Untuk Menghitung Integral Suatu Fungsi

Apa Bilangan Acak

- Bilangan acak adalah bilangan yang kemunculannya terjadi secara acak
- Bilangan acak yang dibangkitkan oleh komputer adalah bilangan acak semu (*pseudo random number*)
- Bilangan acak ini penting untuk keperluan simulasi

ALgoritma Linear Congruential

- Metode ini digunakan untuk membangkitkan bilangan acak dengan distribusi uniform

$$r(t + 1) = (a \cdot r(t) + c) \bmod m$$

Sebagai contoh parameter :

$$a = 1103515245, m = 2^{31}$$

$$a = 69069, m = 2^{32}$$

Program Code Untuk Pembangkitan Bilangan Acak Dengan Algoritma Linear Congruential (1)

```
unsigned int x=1234;  
int N=1000;  
const unsigned int RANDZ=6074;
```



Mendefinisikan bilangan acak awal, jumlah bilangan acak dan batas maksimum bilangan acak

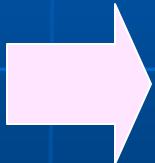
```
void srandomz(unsigned int x0)  
{ x=x0; }  
  
void srandomz( ) {  
time_t t;  
t=time(NULL);  
x=(unsigned int)t;  
}
```



Mendefinisikan state awal dari bilangan acak yang akan dibangkitkan

Program Code Untuk Pembangkitan Bilangan Acak Dengan Algoritma Linear Congruential (2)

```
unsigned int randomz()
{
    unsigned int z,a,c,m;
    c=1283;
    a=106;
    m=RANDZ+1;
    z=(a*x+c) % m;
    x=z;
    return(z);
}
```



Fungsi untuk membangkitkan bilangan acak dengan menggunakan algoritma Linear Congruential

Problem 1

1. Bangkitkan 20 bilangan acak dengan metode linear Congruential. Dengan nilai yang didefinisikan sebagai berikut:

$x_0 = 3$, $a = 11$, $c = 3$, dan $m = 10$

2. Bangkitkan 15 bilangan acak dengan metode yang sama tetapi nilai $x_0 = 4$, $a = 7$, $c = 3$ dan $m = 10$

Problem 2

3. Buat sebuah pemodelan pelemparan sebuah dadu sebanyak 100 kali dengan memanfaatkan metode linear congruential yang memiliki nilai awal sebagai berikut:

- Konstanta pengali = 5
- Konstanta pengeser = 2
- Nilai awal didefinisikan = 3

4. Buat pemodelan pelemparan dua buah dadu secara bersamaan sebanyak 50 kali dengan menggunakan metode LCM yang masing-masing memiliki tetapan sebagai berikut:

dadu 1:

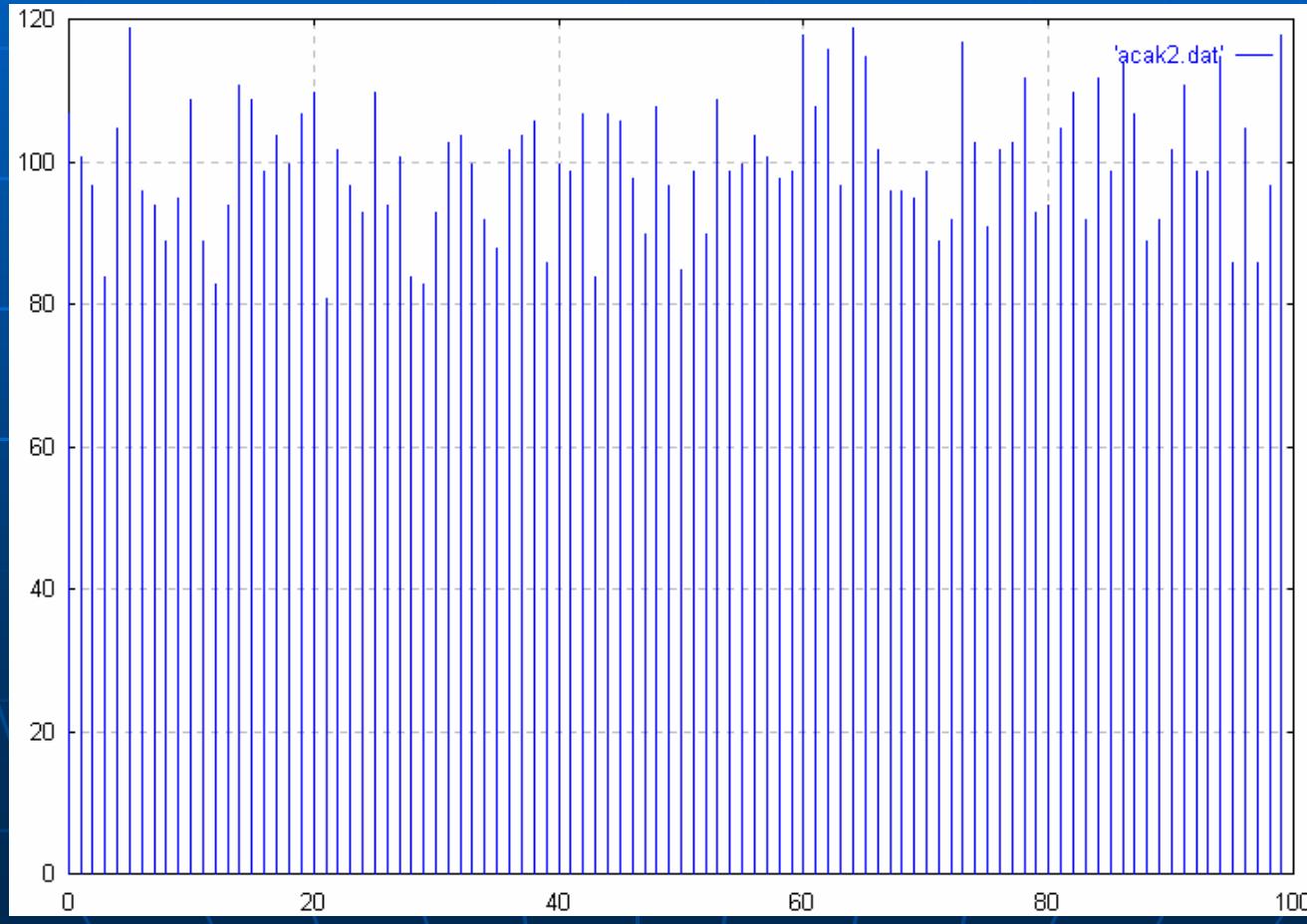
- Konstanta pengali = 3
- Konstanta penggeser = 2
- Nilai awal = 5

dadu 2:

- Konstanta pengali = 4
- Konstanta penggeser = 3
- Nilai awal = 5

Distribusi Bilangan Acak

- Bilangan acak yang dibangkitkan oleh algoritma Linear Congruential atau yang dibangkitkan komputer dari fungsi *rand()* mempunyai distribusi uniform



Bilangan Acak non-Uniform

Distribusi Gaussian dua dimensi

$$f(x, y)dx dy = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) dx dy$$

Dalam koordinat polar:

$$f(r, \theta)dr d\theta = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) r dr d\theta$$

Konsentrasikan pada nilai r

$$f(r)dr = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) r dr$$

Pembangkitan dengan metode pergeseran Box Muller

Dengan pembangkitan suatu pasangan bilangan acak uniform $0 \leq x_1 < 1$ dan $0 \leq x_2 < 2\pi$, kita dapat membangkitkan pasangan Gaussian:

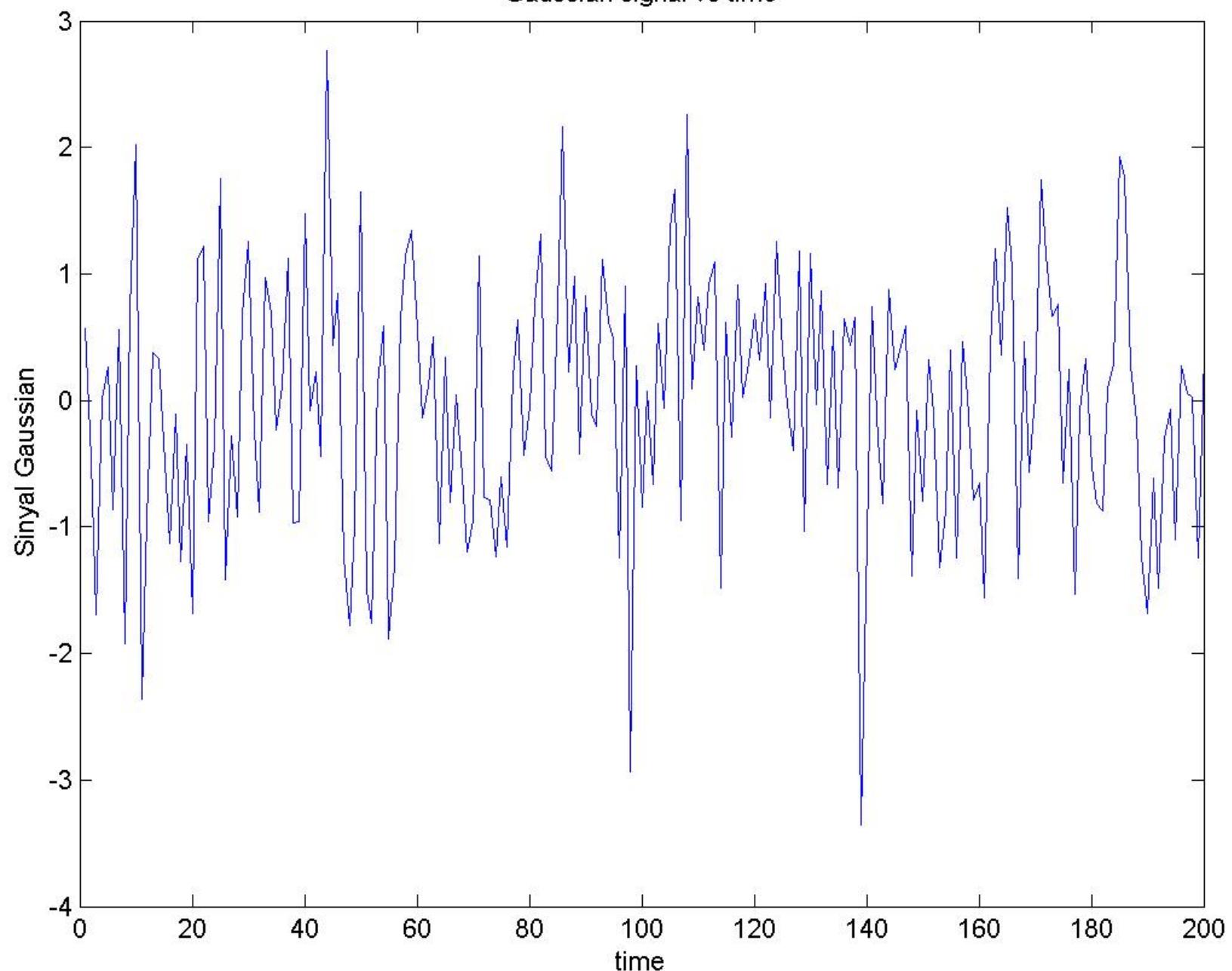
x1 = (double) rand()/RAND_MAX

x2 = 2*pi*(double) rand()/RAND_MAX

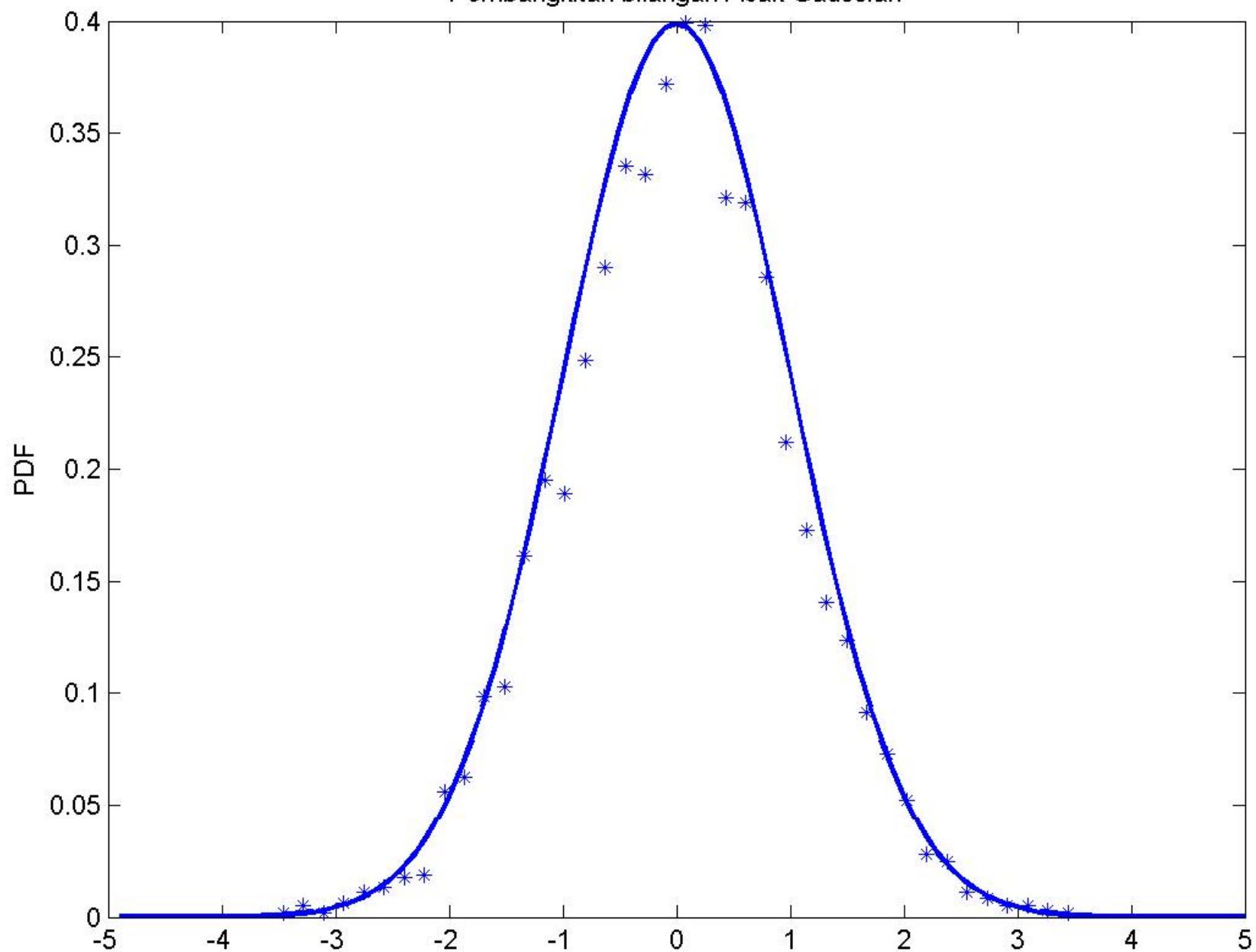
$$x = \sqrt{-\log(x_1)} \cos(x_2)$$

$$y = \sqrt{-\log(x_1)} \sin(x_2)$$

Gaussian signal vs time



Pembangkitan bilangan Acak Gaussian



Contoh Program sederhana

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N 100;

int nn=99;
double pi=acos(-1.0);
double G_re[100];
void Gaus_bangkit()
{ double x1=0.0, x2=0.0;
  for(int i=0;i<nn;i++)
  {
    x1=(double)rand()/(RAND_MAX+1.0);
    x2=(double)rand()/(RAND_MAX+1.0);
    G_re[i]=sqrt(-log10(x1))*cos(2*pi*x2);
    printf("\n G_re[%d]= %f",i,G_re[i]);
  }
}

void main()
{
  Gaus_bangkit();
}
```

Membangkitkan Bilangan Acak dengan Metode Rejection

- Bangkitkan 2 bilangan acak x dan y
- bila $y < f(x)$ maka x diterima, bila tidak maka ditolak.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2\right]$$

Dalam hal ini anda tetapkan nilai $\mu=0$ dan $\sigma^2 = 1$