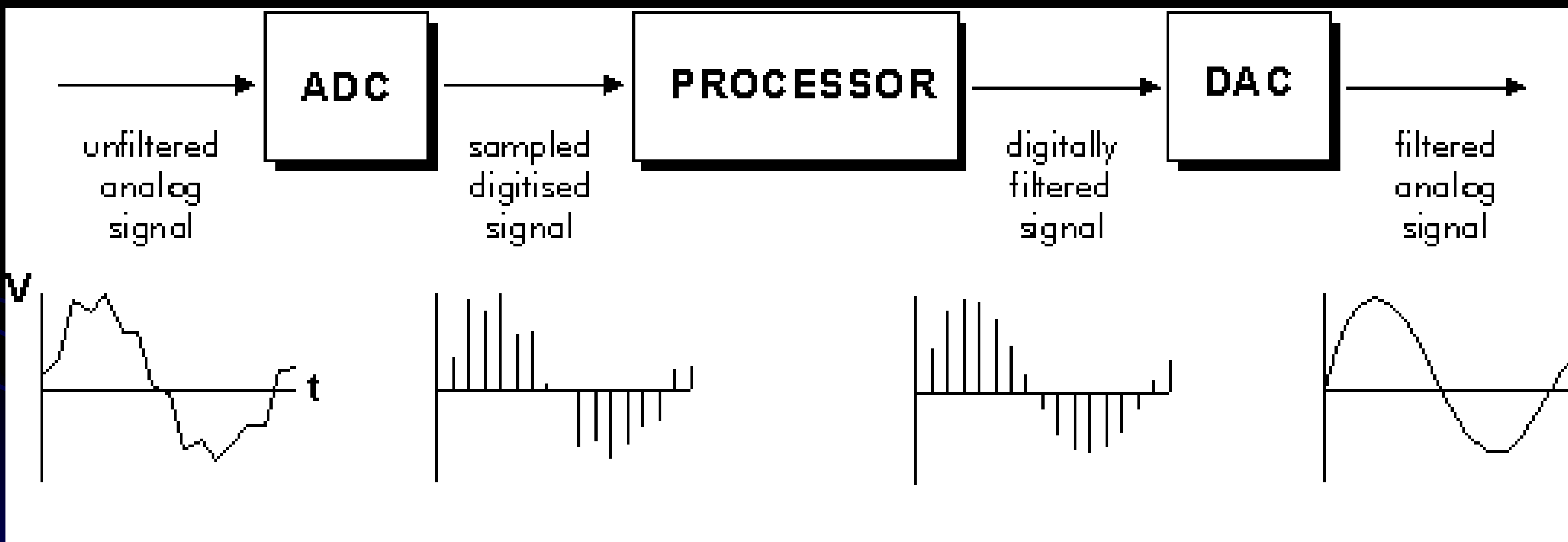
Design FIR Filter

Oleh:
Tri Budi Santoso
Group Sinyal, EEPIS-ITS



Filter Digital

- Sinyal input = x(n)
- Respon impuls filter = h(n)
- Sinyal output = y(n)

Ouput merupakan konvolusi respon impuls filter dengan sinyal input

$$y(n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

Karena repon impuls (kasus FIR) memiliki nilai untuk k =0 sampai dengan k = (N-1) maka:

$$y(n) = \sum_{n=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$

permasalahannya adalah bagaimana mendapatkan respon impuls filter ?

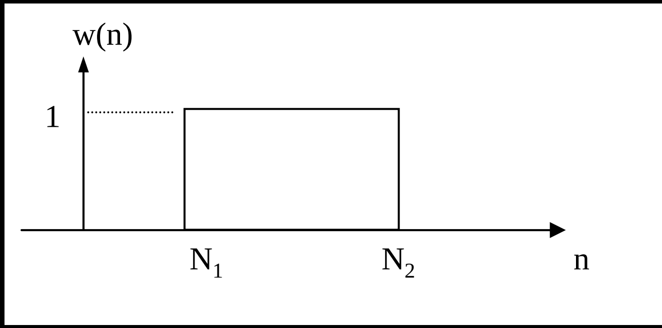
Design FIR Filter menggunakan Windows

Cara termudah mendapatkan FIR adalah dengan menyederhanakan respon impuls filter IIR. Jika $h_d(n)$ merepresentasikan respon impuls IIR filter Secara umum h(n) sebagai hasil kali $h_d(n)$ dengan “fungsi window

$$h(n) = h_d(n).w(n)$$

Untuk window rectangular:

$$w(n) = \begin{cases} 1 & N_1 \le n \le N_2 \\ 0 & n \text{ yang lain} \end{cases}$$



maka:

$$h(n) = \begin{cases} h_d(n) & N_1 \le n \le N_2 \\ 0 & n \text{ yang lain} \end{cases}$$

Jika ditetapkan:

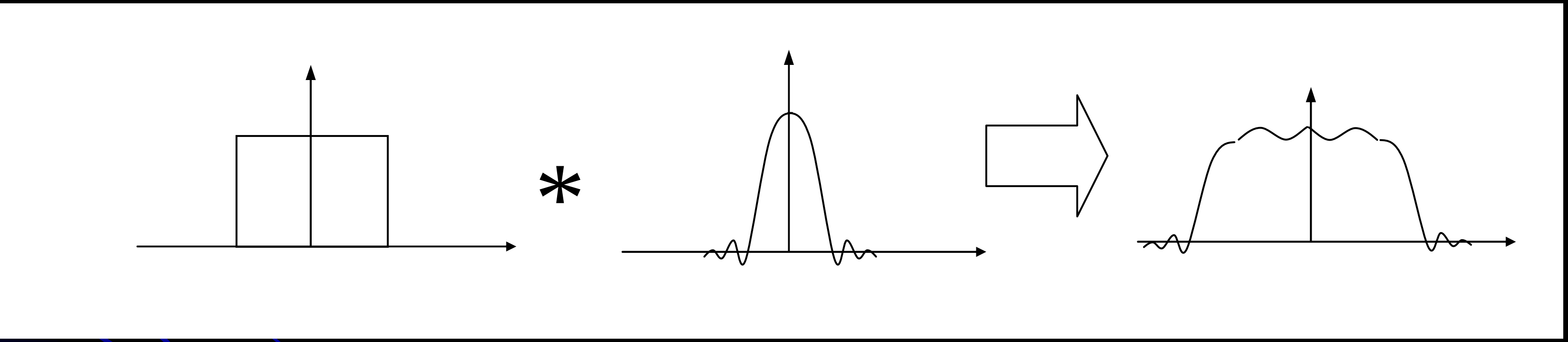
$h(n) \rightarrow H(e^{-j\omega})$

$h_d(n) \rightarrow H_d(e^{-j\omega})$

$w(n) \rightarrow W(e^{-j\omega})$

Maka respon frekuensi $H(e^{-j\omega})$ pada filter yang dihasilkan adalah konvolusi:

$$H\left(e^{j\omega}\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d\left(e^{j\theta}\right)W\left(e^{j(\omega-\theta)}\right)d\theta = H_d\left(e^{j\theta}\right) * W\left(e^{j\theta}\right)$$



Prosedur Perancangan

Suatu low pass filter dengan fase linear, slope = $-\alpha$ dan cut off = ω_c dapat diberikan dalam domain frekuesi sebagai:

$$H_d\left(e^{-j\omega}\right) = \begin{cases} e^{-j\omega\alpha} & |\omega| \le \omega_c \\ 0 & \omega_c < |\omega| < \pi \end{cases}$$

Respon input berkaitan dengan $h_d(n)$ dapat ditentukan dengan mengambil invers transformasi Fourier pada $H_d(e^{-j\omega})$ adalah:

$$h_d(n) = \frac{\sin\left[\omega_c\left(n-\alpha\right)\right]}{\pi\left[n-\alpha\right]}$$

Suatu filter FIR kausal dengan respon inmpuls h(n) didapat sebagai:

$$h(n) = \frac{\sin\left[\omega_c\left(n-\alpha\right)\right]}{\pi\left[n-\alpha\right]} w(n)$$

Agar h(n) menjadi suatu linear phase filter, α harus dipilih sedemikian hingga menghasilkan h(n) yang simetris pada n = α.

Dan window simetris pada n = (N−1)/2
Untuk menghasilkan linear phase filter yang simetris memerlukan α = (N−1)/2

Step-step perancangan:

1. Pilih tipe window dari table sehingga didapatkan stop band gain melebihi K_2.

2. Pilih jumlah titik-titik dalam window untuk memenuhi lebar transisi untuk tipe window yang digunakan. Jika ω_t adalah lebar transisi, kita harus memiliki:

$\omega_t = \omega_2 - \omega_1 \geq k2\pi/N$

dimana k tergantung pada tipe window yang digunakan. Atur kembali persamaan diatas, N harus memenuhi nilai:

$$N \geq \frac{k2\pi}{(\omega_2 - \omega_1)}$$

3. Pilih ω_c dan α untuk impuls respon sesuai:

$\omega_c = \omega_1$

$\alpha = (N-1)/2$

Sehingga suatu filter memiliki respon impulse:

$$h(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-(N-1)/2)]}{\pi[n-(N-1)/2]} w(n)$$

4. Gambarkan respon frekuensi $H(e^{j\omega})$ untuk N ganjil:

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega(N-1)/2}\left\{h((N-1)/2) + \sum_{n=0}^{(N-3)/2} 2h(n)\cos[\omega(n-(N-1)/2)]\right\}$$

Coba periksa apakah spesifikasi yang dipersyaratkan sudah terpenuhi.

Step-step perancangan:

5. Jika persyaratan atenuasi pada ω_1 tidak terpenuhi, atur ω_c, normalnya lebih besar dari iterasi pertama dan ulangi Step 4 dengan nilai ω_c yang baru.

6. Jika persyaratan respon frekuensi terpenuhi, periksa lebih jauh untuk mereduksi nilai N sekecil mungkin. Jika resuksi N tidak bisa dilakukan, maka h(n) merupakan hasil perancangan. Jika memungkinkan mereduksi N, maka lakukan dan Step 4 diulangi lagi.

Jika filter digunakan dalam suatu struktur A/D – H(z) – D/A, set pada spesifikasi analog pertama harus dikonversi ke spesifikasi digital sebelum prosedur diatas (Step 1 sampai dengan Step 6) dilakukan. Untuk frekuensi kritis analog Ω_1 dan Ω_2, spesifikasi digital terkait menggunakan suatu sampling rate pada 1/T sample per detik yang diberikan sebagai: $\omega_i = \Omega_i T$

Tabel untuk design LPF

	Lebar Transition	Minimum stop band attenuation
Rectangular	4π/N	–21 dB
Bartlett	8π/N	–25 dB
Hanning	8π/N	–44 dB
Hamming	8π/N	–53 dB
Blackman	12π/N	–74 dB
Kaiser	Variable	

Contoh:

Rancang suatu low pass filter digital untuk digunakan dalam struktur A/D – H(z) – D/A yang memiliki nilai cut off – 3 dB pada 30π rad/sec dan atenuasi sebesar 50 dB pada 45π rad/sec. Filter ini diperlukan untuk memiliki linear phase dan system menggunakan sampling rate sebesar 100 sampel/detik.

Penyelesaian:

Tentukan respon frekuensi analog equivalen seperti ditunjukkan pada Gambar dan spesifikasi seperti berikut:

$\omega_c = \Omega_c T = 30\pi\ (0{,}01)$

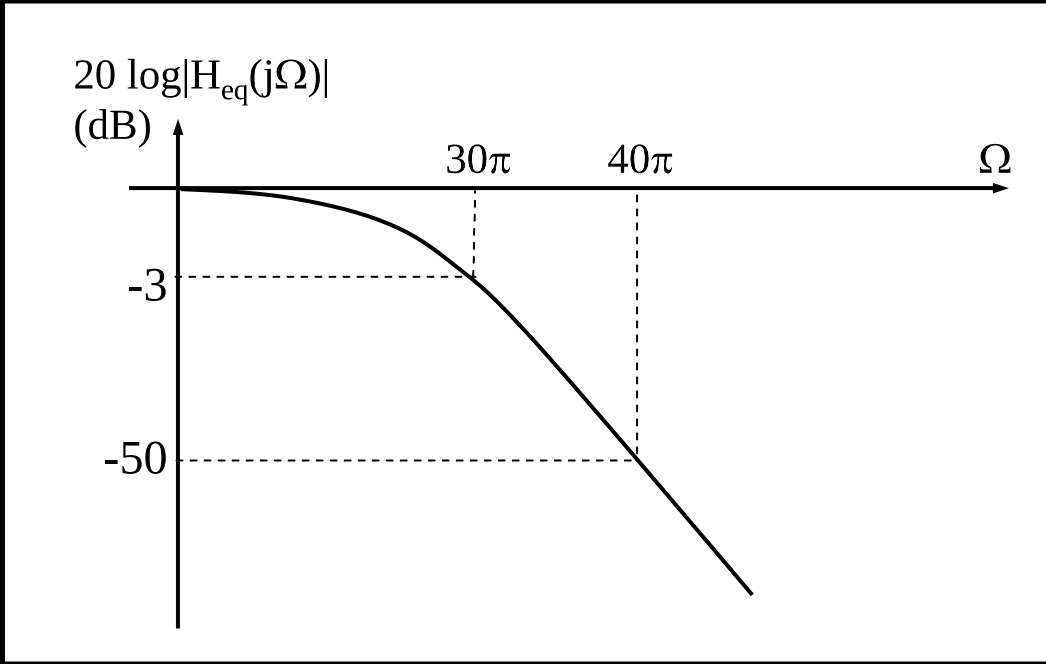
$= 0{,}3\ \pi$ radiant,

$\rightarrow K_c \geq -3$ dB

$\omega_r = \Omega_r T = 45\pi\ (0{,}01)$

$= 0{,}45\ \pi$ radiant

$\rightarrow K_r \geq -50$ dB



Langkah-langkah perancangan:

1. Untuk menentukan atenuasi stop band – 50 dB atau lebih, suatu Hamming, Blackman atau Keiser bisa digunakan sebagai fungsi window. Untuk memahami hal ini lihat table nilai pada fungsi window. Dalam hal ini window Hanning dipilih karena transition band terkecil dan memberi nilai N terkecil.

2. Jumlah titik-titik pendekatanm diperlukan untuk memenuhi persyaratan transition band dapat diperoleh untuk $\omega_1 = 0{,}3\pi$ dan $\omega_2 = 0{,}45\pi$ menggunakan window Hamming (k=4) sehingga:

   $N \geq k2\pi/(\omega_2 - \omega_1) = 4.\ 2\pi/(0{,}45\pi - 0{,}3\pi) = 53{,}3$

   Untuk menentukan suatu integer delay, bilangan ganjil diatasnya dipilih, sehingga N = 55.

3. Dari persamaan (*),ω_c dan α dipilih sebagai berikut:

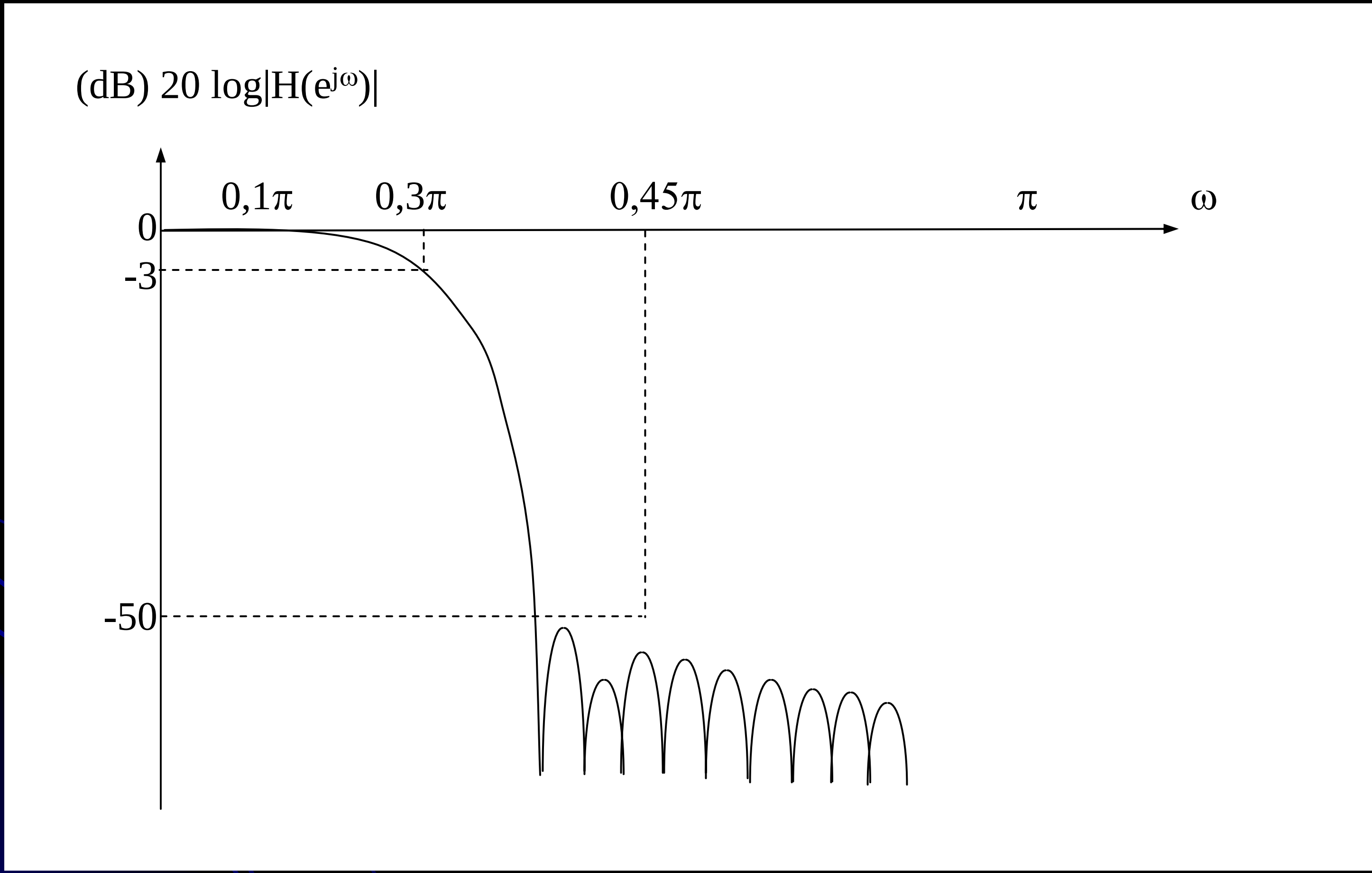
   $\omega_c = \omega_1 = 0{,}3\pi$

   $\alpha = (N-1)/2 = 27$

   Ini memberikan hasil sementara respon impuls h(n) untuk suatu window Hamming sebagai:

$$h(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi[n-\alpha]} w(n) = \frac{\sin[0{,}3\pi(n-27)]}{\pi(n-27)} [0{,}54 - 0{,}46\cos(2\pi n/54)] \qquad 0 \leq n \leq 54$$

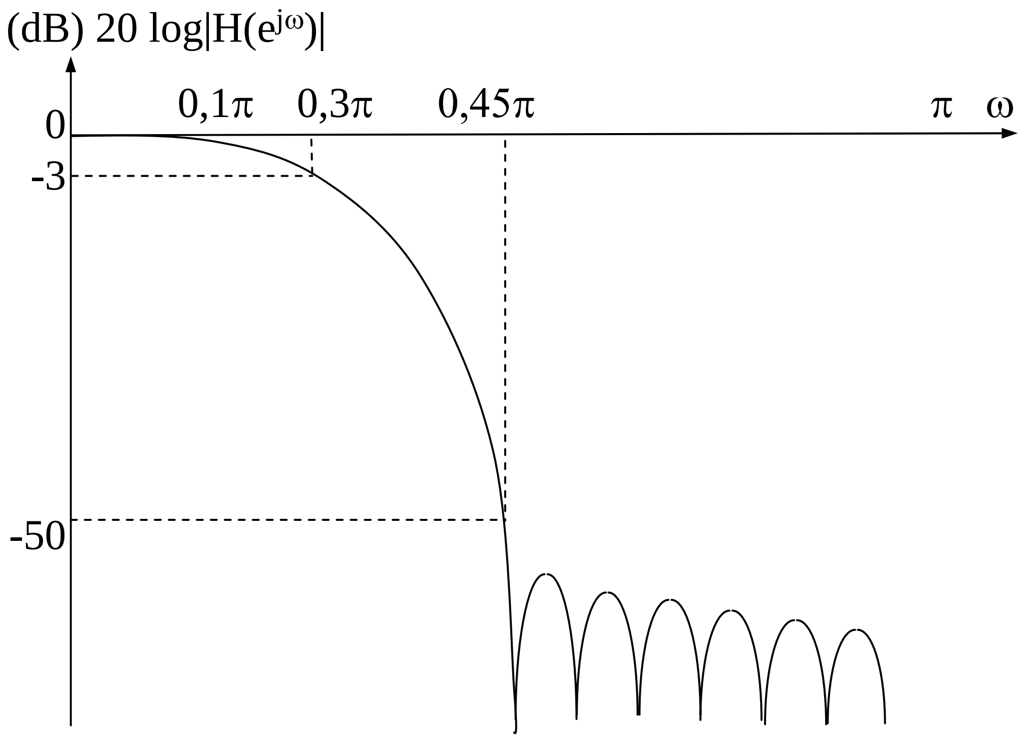
4. Gunakan h(n) dalam persamaan (*), magnitudo pada respon frekuensi diperoleh seperti Gambar (a).



5. Atenuasi terlihat terlalu besar untuk ω_1 sehingga jika kita naikkan nilai n, ω_c sedikit lebih ramping, kita harap dapat memnuhi persyaratan frekuensi cut-off yang dipersyaratkan.

6. Lakukan juga trial and error pada nilai N, sehingga N=29 dan tampak respon frekuensi diberikan pada Gambar (b), sedangkan respon impulsnya adalah:

$$h(n) = \frac{\sin[0{,}33\pi(n-14)]}{\pi(n-14)}[0{,}54 - 0{,}46\cos(2\pi n/28)] \qquad 0 \le n \le 28$$

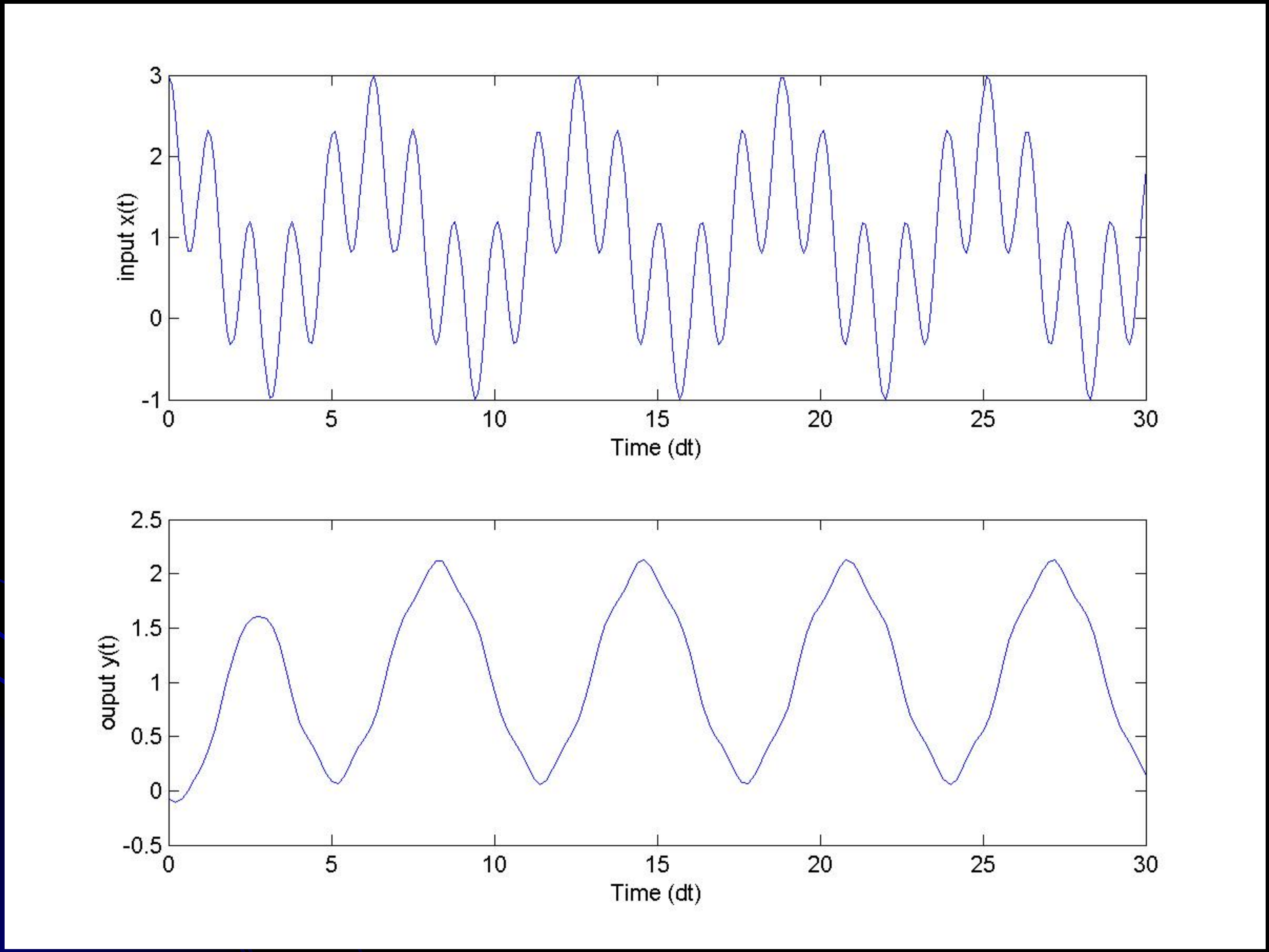


Filter dengan window rectangular

```
%penghitungan respon frekuensi
%File Name: coba_filter1.m
%window type: rectangular
clear all;
Omegac=0.45; %digital cut off frequency
N=29; %filter length
m=(N-1)/2; %phase shift
nn=0:2*m+10; %define point of plot
h=Omegac/pi*sinc(Omegac*(nn-m)/pi);%delayed ideal filter
w=[ones(1,N) zeros(1,length(nn)-N)];%window rectangular
hd=h.*w;
```

```
n=0:150;
T=0.2;
x=1+cos(n*T)+cos(5*n*T);
y=filter(hd,1,x);
t=0:0.1:30;
x=1+cos(t)+cos(5*t);
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('input x(t)')

subplot(2,1,2)
plot(n*T,y)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('ouput y(t)')
```

hasilnya...

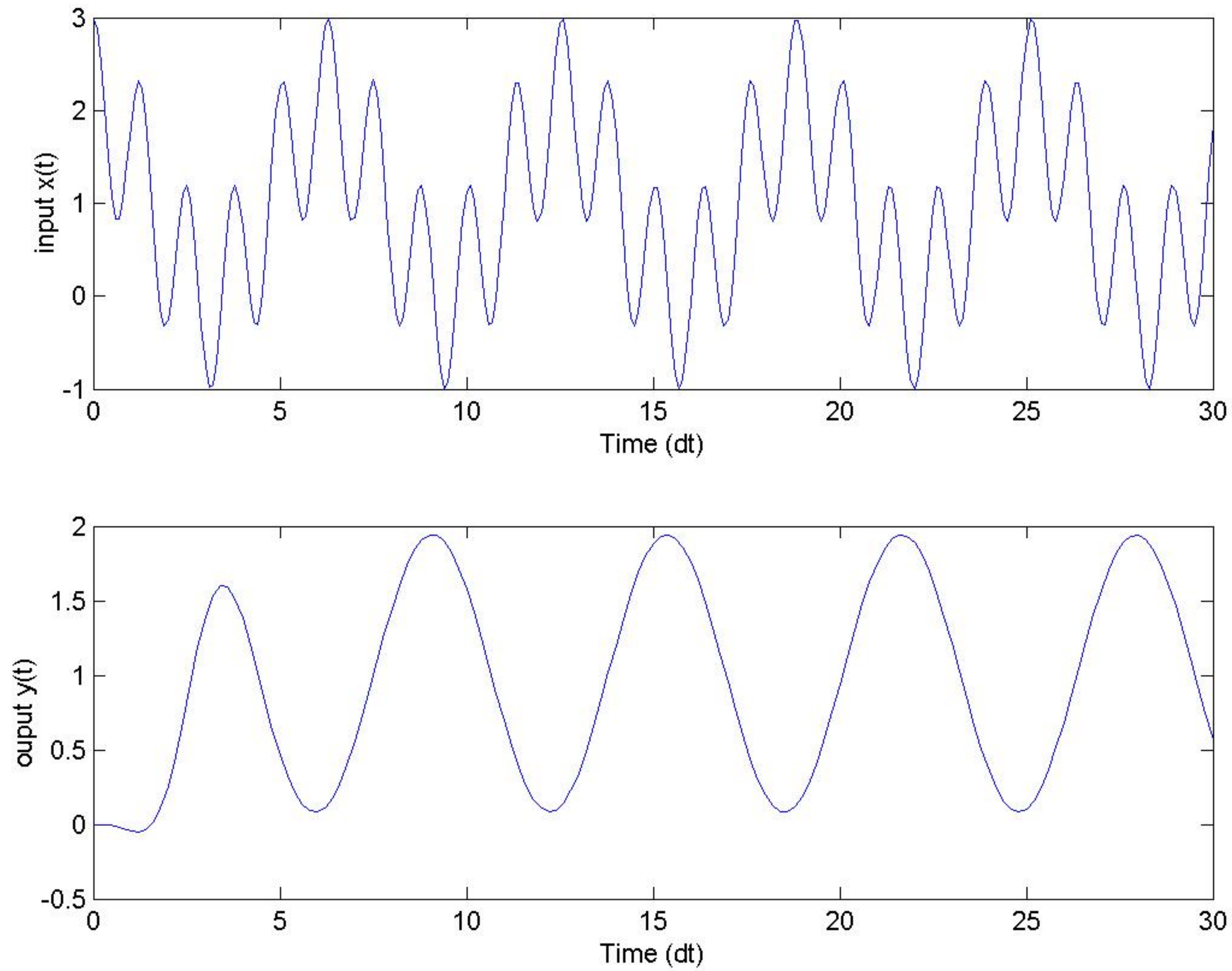


3
2
1
0
-1
input x(t)
0
5
10
15
20
25
30
Time (dt)
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
ouput y(t)
0
5
10
15
20
25
30
Time (dt)

Filter dengan window hanning

```
%penghitungan respon frekuensi
%File Name: coba_filter2.m
%jenis window: hanning
clear all;
Omegac=0.45; %digital cut off frequency
N=29; %filter length
m=(N-1)/2; %phase shift
nn=0:2*m+10; %define point of plot
h=Omegac/pi*sinc(Omegac*(nn-m)/pi);%delayed ideal filter
w=[0 hanning(N-2)' zeros(1,length(nn)-N+1)];%window
hd=h.*w;

n=0:150;
T=0.2;
x=1+cos(n*T)+cos(5*n*T);
y=filter(hd,1,x);
t=0:0.1:30;
x=1+cos(t)+cos(5*t);
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('input x(t)')

subplot(2,1,2)
plot(n*T,y)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('ouput y(t)')
```

hasilnya...

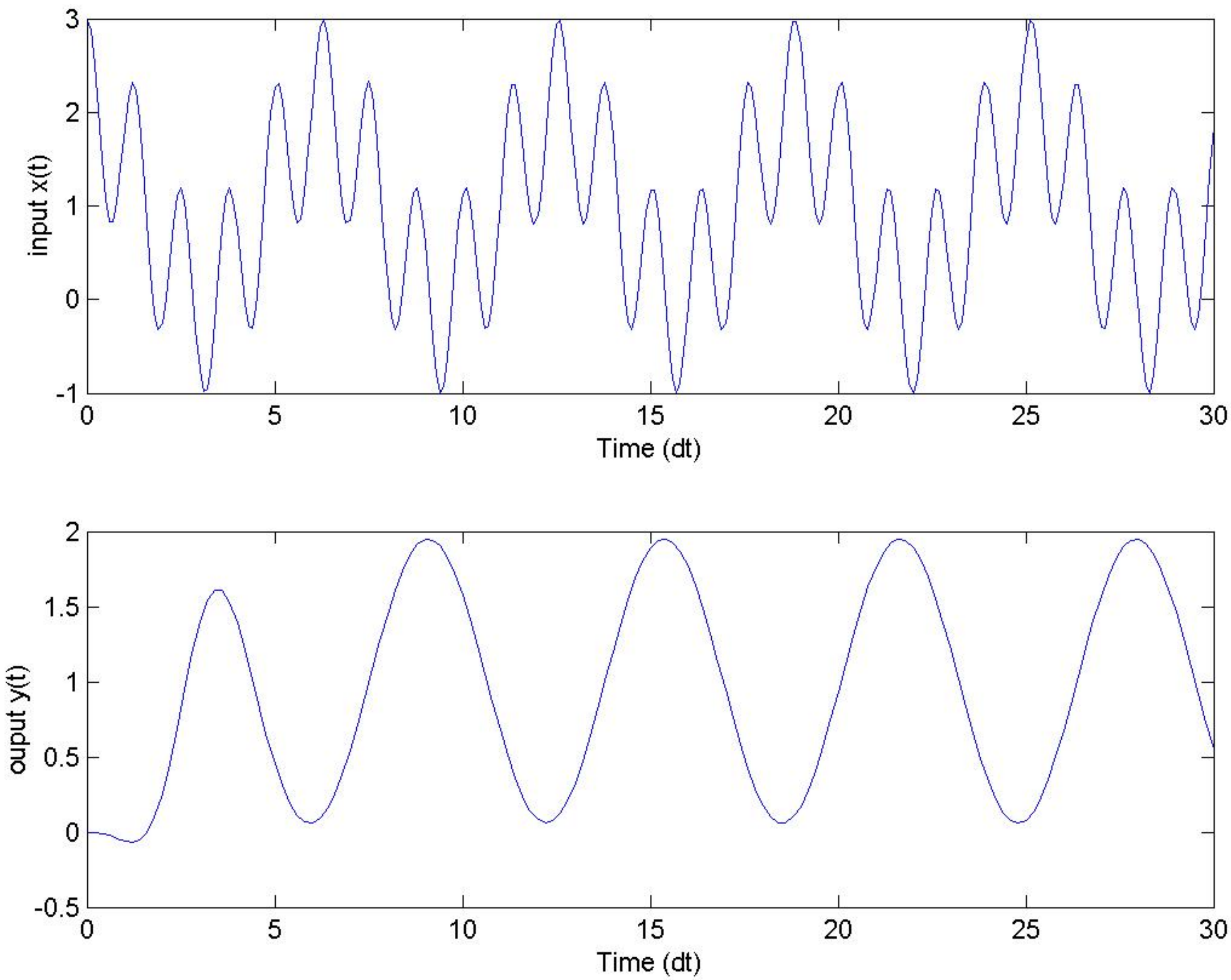


3
2
1
0
-1
input x(t)
0
5
10
15
20
25
30
Time (dt)
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
ouput y(t)
0
5
10
15
20
25
30
Time (dt)

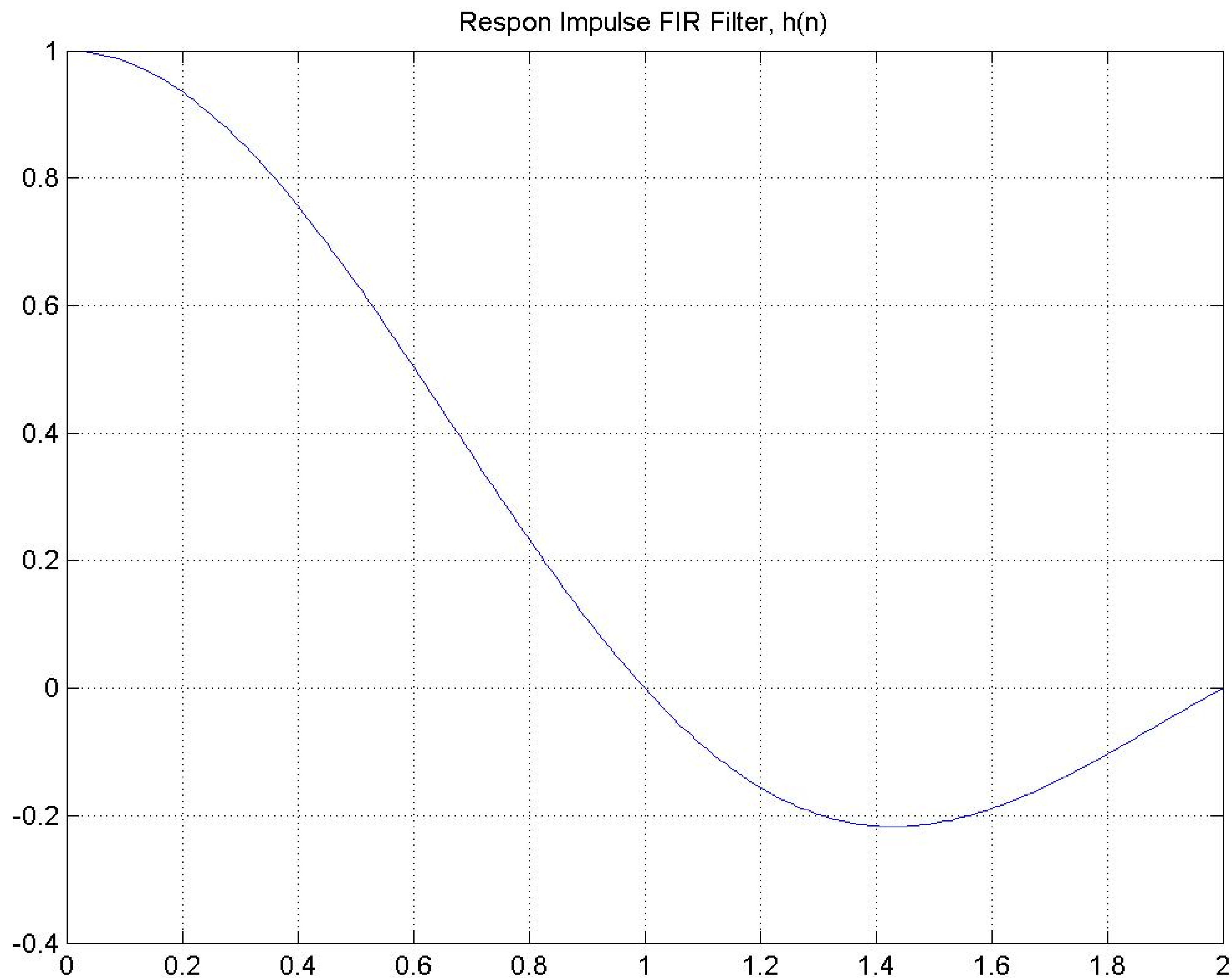
Filter dengan window hamming

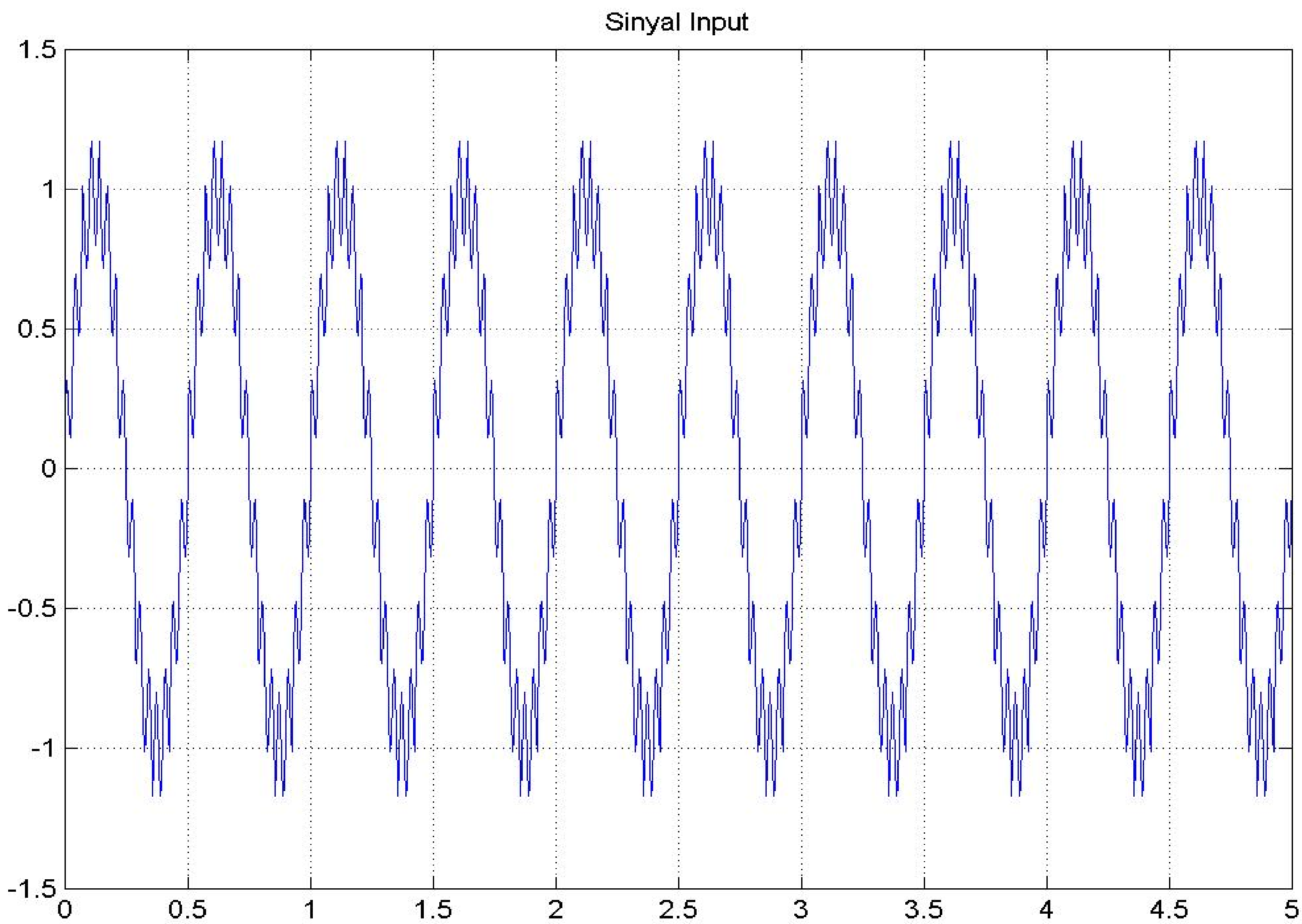
```
%File Name: coba_filter3.m
%jenis window: hamming
clear all;
Omegac=0.45; %digital cut off frequency
N=29; %filter length
m=(N-1)/2; %phase shift
nn=0:2*m+10; %define point of plot
h=Omegac/pi*sinc(Omegac*(nn-m)/pi);%delayed ideal filter
w=[hamming(N)' zeros(1,length(nn)-N)];%window
hd=h.*w;

n=0:150;
T=0.2;
x=1+cos(n*T)+cos(5*n*T);
y=filter(hd,1,x);
t=0:0.1:30;
x=1+cos(t)+cos(5*t);
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('input x(t)')

subplot(2,1,2)
plot(n*T,y)
xlabel('Time (dt)')
ylabel('ouput y(t)')
```

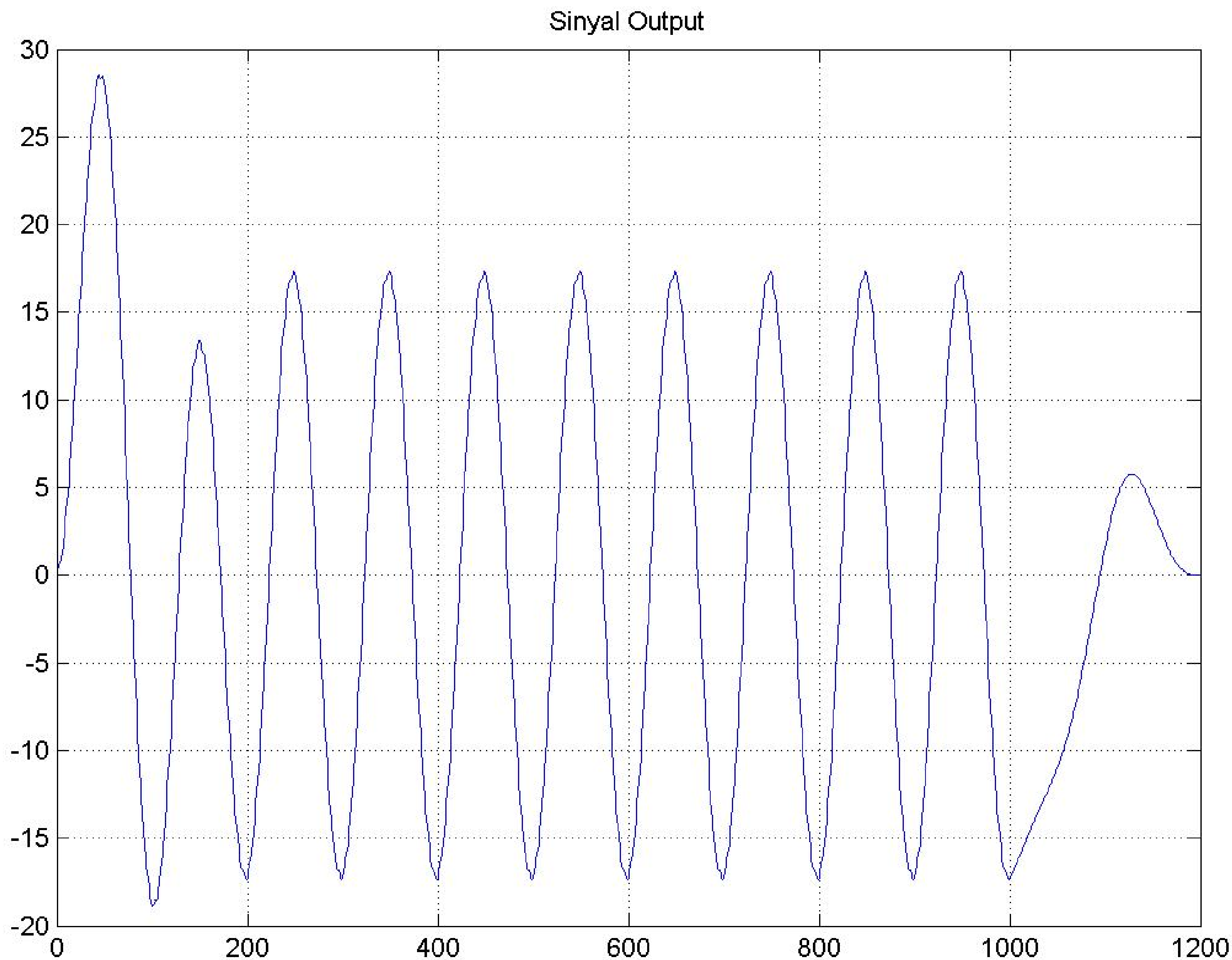
hasilnya...



```
%File Name: fil_desg_1.m
%by: Tri Budi Santoso
clear all;
%Parameter masukan
fs=input('Sampling rate (100,200,..dst)= ');
f_c=input('Frekuensi cut-off, satuan Hz(.5, 1, 1.5,..dst) = ');
f2=input('Frekuensi sinyal yang difilter, satuan Hz (5, 10, 15,.. dst)= ');
%Pembentukan respon impulse filter
%dengan window rectangular
t=1/fs:1/fs:2;
w_n=1;%jenis fungsi window rectangular
hd_n=sin(2*f_c*pi*t)./(pi*t);%raise cosine yang sudah diambil bagian positif saja
h_n=hd_n*w_n;%proses windowing
figure(1);
plot(t/1,h_n)
grid on;
title('Respon Impulse FIR Filter, h(n)')
%Pembangkitan Sinyal dengan beragam frekuensi
t=1/fs:1/fs:10;
f1=1;
x = sin(2*pi*f1*t) + 0.2*sin(2*pi*f2*t);%pembangkitan sinyal sinus dengan beragam frekuensi
figure(2);
plot(t/2,x)
grid on;
title('Sinyal Input')
%Proses pemfilteran
y=conv(h_n,x); %proses konvolusi respon impulse filter dengan sinyal input
figure(3);
plot(y)
grid on;
title('Sinyal Output')
```


Respon Impulse FIR Filter, h(n)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2


Sinyal Input
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5


Sinyal Output
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
0
200
400
600
800
1000
1200